**Le problème de nage à faible nombre de Reynolds et le traitement par des techniques géométriques et numériques du contrôle optimal**

Bernard Bonnard, IMB et INRIA Mc Tao team

Lundi 7 novembre, 16h, salle René Baire

Le problème de nage à faible nombre de Reynolds décrit de façon précise le mécanisme de nage des micro-organismes. Le système se décompose en deux variables : la variable représentant la déformation du corps du nageur et la variable de déplacement. En utilisant les modèles de mécanique des fluides et en supposant que le nageur est formé de tiges rigides minces et sous l’hypothèse dite à faible nombre de Reynolds où l’inertie est négligée et les seules forces considérées sont les interactions corps fluide qui se manifestent par des forces de trainées, le modèle se réduit à une équation différentielle contrôlée. En faisant l’hypothèse que le déplacement minimise l’énergie mécanique associée à la trainée, le problème est un problème sous-Riemannien. Après avoir expliqué le modèle on présente les techniques géométriques et numériques issues du contrôle optimal pour étudier le problème. On se limite à deux nageurs particuliers : un nageur formé de deux paires de membres symétriques qui représente le modèle de nage de la variété de zooplancton copépode et le nageur historique de Purcell où le nageur peut aussi contrôler son orientation. Le principe du maximum de Pontriaguine permet de sélectionner les candidats comme des solutions d’un système hamiltonien où de plus le contrôle appliqué associé au mécanisme de nage est périodique. Plusieurs types de nages sont solutions et les conditions du second ordre permettent de ne retenir que des courbes simples, cette discrimination étant liée au concept de point conjugé. Un concept de point focal permet d’obtenir une condition suffisante d’optimalité pour un minimum faible, tenant compte des symétries et de la non unicité de la solution optimale. Des simulations numériques utilisant nos codes et fondées sur des méthodes numériques directes et indirectes (Bocop et Hampath software) permettent des calculs effectifs des nages optimales, en utilisant notamment des méthodes de continuation numériques où l’initialisation utilise des modèles simplifiés nilpotents introduits en géométrie sous-Riemannienne . Nos calculs sont en cours d’implémentation sur un prototype étudié par le Pr Tagaki dans son laboratoire de l’université d’Hawaii.